

<p style="text-align: center;">RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ Qualifications du mardi 7 février 2006</p>
--

Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.

Les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9. La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité.

Exercice 1 - Toile de nombres

On considère trente octogones réguliers, de même centre O .

Aux sommets de l'octogone central, on note les huit premiers nombres impairs.

Sur les sommets du deuxième octogone, on inscrit les huit nombres impairs suivants, avec une rotation de 45 degrés autour du point O . Ainsi de suite jusqu'au trentième octogone.

(Voir ci-contre une figure représentant les quatre premiers octogones).

Placer les nombres associés aux sommets du trentième octogone sur la fiche réponse.

Exercice 2 - Rectangle d'or

Un rectangle est appelé **rectangle d'or** lorsque le quotient $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ est égal à $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Le rectangle ci-contre est un rectangle d'or.

Construire un rectangle d'or dont la largeur est ℓ

Construire un rectangle d'or dont la longueur est L

Les constructions se font à la règle et au compas.

Exercice 3 - La montre

Une montre à affichage digital donne les heures et les minutes de 00 :00 à 23 :59.

Déterminer le nombre d'affichages où les chiffres 1, 2 et 3 apparaissent simultanément sur l'écran.

Exercice 4 - Dé dodécaédrique

On considère un dé à 12 faces hexagonales (dodécaédrique) avec sur chacune de ses douze faces les entiers de 1 à 12.

Le joueur lance le dé et marque l'inverse du résultat de son jet. Ainsi, la sortie du 7 lui donne $1/7$ de point. On ajoute les points obtenus aux lancers successifs.

Le but du jeu est d'atteindre 1 en respectant les trois conditions suivantes :

- tout joueur dépassant 1 est éliminé ;
- tout joueur ayant eu 3 fois le même résultat est éliminé ;
- le nombre de lancers est au plus égal à 4.

On demande toutes les séries de résultats permettant d'arriver à 1.

L'ordre des résultats des lancers étant sans intérêt, on pourra par exemple donner les séries gagnantes sous forme décroissante.

Exercice 5 - Escalator

Un cube d'arête 2 dm descend l'escalier ci-dessous en pivotant à chaque marche autour d'une de ses arêtes. La profondeur et la hauteur de chaque marche mesurent aussi 2 dm.

Les sommets auront-ils tous parcouru la même distance ?

Vous explicitez votre démarche.

Schémas en coupe de l'escalier

Exercice 6 - Jeu de dés

Quatre amis jouent aux dés.

Chacun possède une somme au départ qu'il place devant lui.

L'attribution des gains se fait de la manière suivante : à chaque partie, le perdant paie aux trois autres le montant exact de la somme que chacun a placé devant lui.

Après quatre parties, il se trouve que chacun a perdu une seule partie, et qu'ils ont chacun exactement 80 € devant eux.

Quelles sont les quatre sommes qu'ils avaient devant eux au départ ?

Exercice 7 - Pavage

On peut paver un carré d'aire 180 cm^2 avec 20 triangles rectangles identiques.

Comment faire ? Déterminer les dimensions des côtés des triangles rectangles.

Exercice 8 - Rosace

La rosace ci-dessous a été tracée à partir de la première figure.

Les deux cercles de rayons 1 et 3 sont tangents.

Calculer l'aire de cette rosace.

Exercice 9 - Skate

Jean-Louis, maire d'une petite ville, a repéré pendant ses vacances une superbe piste de skateboard. Séduit, il a fait un croquis et pris quelques mesures.

Jean-Louis propose à son conseil municipal de construire une piste semblable, dans la même matière en béton plein. Il dispose d'un terrain rectangulaire de 15 mètres de longueur et de 8 mètres de largeur, et il doit laisser, pour la sécurité, une bande de terrain d'au moins trois mètres tout autour de la piste.

Calculer le volume de béton nécessaire pour construire cette piste aux dimensions optimales.

Vue en perspective

Vue de face

Classe, nom du professeur et établissement :

Fiche réponse de l'exercice n°1

Le trentième octogone est représenté par le grand octogone (la figure n'est pas à l'échelle) : inscrire à chaque sommet de cet octogone le nombre qui convient.

Classe, nom du professeur et établissement :

Fiche réponse de l'exercice n°2

Les constructions se font à la règle et au compas.

Construire un rectangle d'or dont la largeur est ℓ

Construire un rectangle d'or dont la longueur est L